**ELEKTRİKTEKİ GÜÇ KAVRAMININA DERİNLEMESİNE BİR ANALİZ**

Anlık güç p(t), t anındaki gerilim ve akım değerinin çarpımıdır.

$$p(t) = u(t).\, i(t)$$

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$p(t) = U_m \cos(\omega t + \theta_v)\ I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

Bu ifadeyi trigonometrik dönüşüm formülleri yardımıyla farklı bir forma sokalım. Trigonometrik dönüşüm formülünü hatırlayalım:

$$\sin\alpha \,.\, \sin\beta = -\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)] = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)]$$

$$\cos\alpha \,.\, \cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$$

Dönüşüm formüllerini yukarıdaki anlık güç p(t), formülümüze uygulayalım.

$$p(t) = U_m \cos(\omega t + \theta_v)\ I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$p(t) = U_m I_m \cos(\omega t + \theta_v)\ \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$p(t) = U_m I_m \frac{1}{2}[\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)]$$

$$p(t) = \frac{U_m I_m}{2}\cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{U_m I_m}{2}\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)$$

Bu denklemlerde $\Theta_v$ gerilimin faz açısı, $\Theta_i$ ise akımın faz açısıdır. Gerilim ve akım faz açıları arasındaki fark

$$\varphi = \theta_v - \theta_i$$

olur. Analizleri yaparken başlangıç referans noktasını istediğimiz gibi seçebiliriz. Böylece hesaplarda biraz kolaylık sağlamış oluruz. Mesela gerilimin faz açısını $\Theta_v = 0$ kabul edersek

$$\varphi = -\theta_i$$

olur. Böylece anlık güç denklemi

$$p(t) = \frac{U_m I_m}{2}\cos(-\theta_i) + \frac{U_m I_m}{2}\cos(2\omega t + \theta_i)$$

$$p(t) = \frac{U_m I_m}{2}\cos(\varphi) + \frac{U_m I_m}{2}\cos(2\omega t - \varphi)$$

halini alır.

Eğer başlangıçta u(t) ve i(t) işaretlerini kosinüs fonksiyonu olarak değil de sinüs fonksiyonu olarak alsak sonuç nasıl olurdu? Farklı bir sonuç olmazdı. Çünkü sin(a).sin(b) çarpımı ile cos(a).cos(b) çarpımlarının trigonometrik dönüşümleri birbirlerinin çok benzeridir. Terimlerin yerleri değişmektedir.

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$$

olarak yola çıksaydık anlık güç denklemi

$$p(t) = U_m \sin(\omega t + \theta_v)\, I_m \sin(\omega t + \theta_i)$$

$$p(t) = -U_m I_m \frac{1}{2}[\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) - \cos(\theta_v - \theta_i)]$$

$$p(t) = \frac{U_m I_m}{2}\cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{U_m I_m}{2}\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)$$

olur. Yani yine aynı ifadeye ulaşmış oluruz. Gerilimin faz açısını $\Theta_v$ =0 kabul edersek de

$$p(t) = \frac{U_m I_m}{2}\cos(\varphi) + \frac{U_m I_m}{2}\cos(2\omega t - \varphi)$$

Bu noktada ifadeyi biraz sadeleştirelim. Gerilim ve akımın maksimum değerleri yerine rms değerlerini kullanalım:

$$I = I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$U = U_{rms} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Böylece güç ifadesi

$$p(t) = UI\cos(\theta_v - \theta_i) + UI\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)$$

gibi daha sade bir hal alır.

Güç eğrisinin altında kalan bölge, enerjiyi verir. Enerji dediğimiz şey zaten belli bir zaman boyunca harcanan güç olarak tanımlanır. Yani biz yukarıda bulduğumuz güç ifadesinin 1 periyod boyunca diğer bir deyişle 0 ila T arasındaki eğri altında kalan alını bulursa, 1 periyod süresinde çekilen enerjiyi de bulmuş oluruz. Genel olarak kullanabilmek ve daha detaylı inceleme yapmak için ilk olarak 0 ve T arasında değil de a ve b zamanları arasındaki sonucu bulalım:

$$E = [\int_a^b UI\cos(\theta_v - \theta_i) + UI\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)\, dt]$$

$$E = UI\cos(\theta_v - \theta_i)t\,|_a^b + [\int_a^b UI\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)dt]$$

$$u = (2\omega t + \theta_v + \theta_i)$$

$$du = 2\omega t\, dt$$

$$dt = \frac{du}{2\omega}$$

$$c = u(a) = 2\omega a + \theta_v + \theta_i$$

$$d = u(b) = 2\omega b + \theta_v + \theta_i$$

$$E = UI\cos(\theta_v - \theta_i)t|_a^b + [\int_c^d UI\cos(u)\frac{du}{2\omega}]$$

$$E = UI\cos(\theta_v - \theta_i)\, t|_a^b + \frac{UI}{2\omega}[\int_c^d \cos(u)du]$$

$$E = UI\cos(\theta_v - \theta_i)t|_a^b + \frac{UI}{2\omega}\sin(u)|_c^d$$

$$E = UI[(\cos(\theta_v - \theta_i)b - \cos(\theta_v - \theta_i)a] + \frac{UI}{2\omega}[\sin(d) - \sin(c)]$$

Sonuç olarak güç eğrisinin a ve b zamanları arasında, altında kalan bölgenin alanı aşağıdaki ifadeyle bulunur. Diğer bir deyişle a ve b anları arasındaki süre boyunca çekilen enerjinin ifadesidir.

$$E = UI[(\cos(\theta_v - \theta_i)b - \cos(\theta_v - \theta_i)a] + \frac{UI}{2\omega}[\sin(2\omega b + \theta_v + \theta_i) - \sin(2\omega a + \theta_v + \theta_i)]$$

Şimdi a=0 ve b=T anları arasında yani bir periyod boyunca çekilen enerjiyi görelim:

$$E_T = UI[(\cos(\theta_v - \theta_i)T - \cos(\theta_v - \theta_i)0] + \frac{UI}{2\omega}[\sin(2\omega T + \theta_v + \theta_i) - \sin(2\omega 0 + \theta_v + \theta_i)]$$

$$E_T = UI(\cos(\theta_v - \theta_i)T + \frac{UI}{2\omega}[\sin(2\omega T + \theta_v + \theta_i) - \sin(\theta_v + \theta_i)]$$

Bu ifadeyi T'ye bölersek ortalama gücü bulmuş oluruz ki zaten en çok karşımıza çıkan büyüklük de budur: (bu arada frekansın f=1/T olduğunu hatırda tutalım)

$$P_{ort} = \frac{1}{T}E_T$$

$$P_{ort} = \frac{1}{T}UI(\cos(\theta_v - \theta_i)T + \frac{1}{T}\frac{UI}{2\omega}[\sin(2\omega T + \theta_v + \theta_i) - \sin(\theta_v + \theta_i)]$$

$$\omega T = 2\pi f T = 2\pi\frac{1}{T}T = 2\pi$$

$$P_{ort} = \frac{1}{T}UI(\cos(\theta_v - \theta_i)T + \frac{1}{T}\frac{UI}{2\omega}[\sin(4\pi + \theta_v + \theta_i) - \sin(\theta_v + \theta_i)]$$

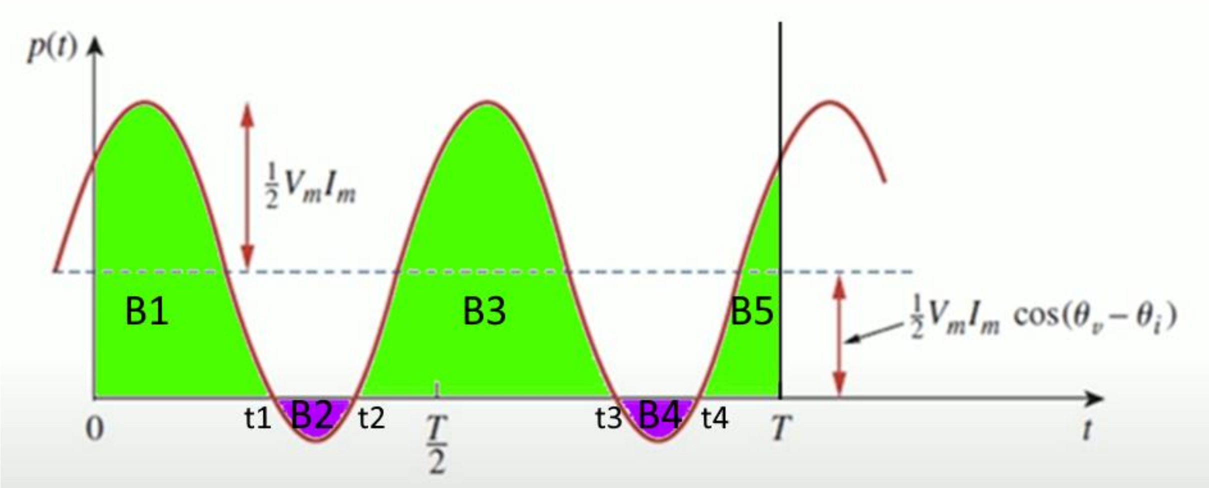
$$\sin(4\pi + \theta_v + \theta_i) = \sin(\theta_v + \theta_i)$$

$$P_{ort} = \frac{1}{T}UI(\cos(\theta_v - \theta_i)T + \frac{1}{T}\frac{UI}{2\omega}[\sin(\theta_v + \theta_i) - \sin(\theta_v + \theta_i)]$$

$$P_{ort} = \frac{1}{\cancel{T}}UI(\cos(\theta_v - \theta_i)\cancel{T} + \frac{1}{T}\frac{UI}{2\omega}\cancel{[\sin(\theta_v + \theta_i) - \sin(\theta_v + \theta_i)]}$$

$$P_{ort} = UI(\cos(\theta_v - \theta_i)$$

Buraya kadar yaptıklarımızı bir eğri üzerinde inceleyelim. Zamana(t) bağlı anlık güç eğrisi T periyodu boyunca şöyledir. Eğrinin altındaki alanlar gücü değil enerjiyi ifade eder.




Yeşil alan devrenin kaynaktan çektiği enerjiyi, mor alan ise devrenin kaynağa verdiği enerjiyi temsil eder. Devremiz kaynağa verdiği enerjiyi kendi kendine yoktan var edemeyeceğine göre işaretin bir önceki saykılında kaynaktan aynı miktardaki enerjiyi çekip depolamak durumundadır. Yani yeşil alanın içinde devremizin kaynağa geri vereceği mor kısmın alanı kadar rezerv vardır. Devremiz alternatif gerilimin her periyotunda bir miktar enerjiyi kaynaktan çekiyor, depoluyor ve aynı periyot içinde aynı miktarda enerji tekrar kaynağa iade ediyor. Yani deyim yerindeyse, havanda su dövüyor.

Daha önceden de bildiğiniz gibi devrelerde bulunan bobinler(L) elektrik enerjisini manyetik alanlarda depolarlar, kondansatörler(C) ise elektrik alanlarda depolarlar. Bizim eğrimizde bir bobin elektrik enerjisi depolamak için gücü kaynaktan çekiyor, depoluyor ama sonra tekrar kaynağa iade ediyor.

Kullanamadığımız ve işimize yaramayan bu gücü her defasında kaynaktan almak ve tekrar kaynağa iade etmek dağıtım şebekelerinin gereksiz yüklenmesine, kapasitesinin altında çalışmasına sebep olur. Bu nedenle istenmeyen bir durumdur.

Aslında pratikte yapılmasına hiç gerek olmasa da buradaki amacımız analizlerimizi ileriye taşımak ve yeşil bölgenin, mor bölgenin alanlarını bulup bazı yorumlarda bulunabilmektir.

Güç eğrisinin negatifte ve pozitifte kalan kısımlarını ayrı ayrı bulalım. Yani 5 tane değer bulacağız:

0 ila eğrinin negatife geçtiği t1 anı

t1 ila eğrinin pozitife geçtiği t2 anı

t2 ila eğrinin negatife geçtiği t3 anı

t3 ila eğrinin pozitife geçtiği t4 anı

t4 ila T arası

Ancak t1-t2-t3-t4 anlarını bulmak için önce anlık güç eğrisinin köklerini bulmamız gerekir.

$$p(t) = 0$$

$$p(t) = UI\cos(\theta_v - \theta_i) + UI\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)$$

$$0 = \cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)$$

$$\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) = -\cos(\theta_v - \theta_i) = \cos(\pi + \theta_v - \theta_i)$$

$$2\omega t+\theta_v+\theta_i=\pi+\theta_v-\theta_i+2\pi k$$

$$2\omega t=\pi-2\theta_i+2\pi k$$

$$t=\frac{1}{2\omega}(\pi-2\theta_i+2\pi k)$$

k=0 için

$$t=\frac{1}{2\omega}(\pi-2\theta_i)$$

k=1 için

$$t=\frac{1}{2\omega}(\pi-2\theta_i+2\pi)$$

Denklemin bir çözüm kümesi daha vardır:

$$0=\cos(\theta_v-\theta_i)+\cos(2\omega t+\theta_v+\theta_i)$$

$$\cos(2\omega t+\theta_v+\theta_i)=-\cos(\theta_v-\theta_i)=\cos(\pi-(\theta_v-\theta_i))=\cos(\pi-\theta_v+\theta_i)$$

$$2\omega t+\theta_v+\theta_i=\pi-\theta_v+\theta_i+2\pi k$$

$$2\omega t=\pi-2\theta_v+2\pi k$$

$$t=\frac{1}{2\omega}(\pi-2\theta_v+2\pi k)$$

k=0 için

$$t=\frac{1}{2\omega}(\pi-2\theta_v)$$

k=1 için

$$t=\frac{1}{2\omega}(\pi-2\theta_v+2\pi)$$

Böylece 4 kökü de bulmuş olduk. t1,t2,t3,t4 sıralaması gerilim ve faz açılarının büyüklüğüne bağlıdır. Şöyle ki

$$\theta_v \geq \theta_i \text{ ise}$$

$$t_1=\frac{1}{2\omega}(\pi-2\theta_v)$$

$$t_2=\frac{1}{2\omega}(\pi-2\theta_i)$$

$$t_3=\frac{1}{2\omega}(\pi-2\theta_v+2\pi)$$

$$t_4=\frac{1}{2\omega}(\pi-2\theta_i+2\pi)$$

$$\theta_v \leq \theta_i \text{ ise}$$

$$t_1 = \frac{1}{2\omega}(\pi - 2\theta_i)$$

$$t_2 = \frac{1}{2\omega}(\pi - 2\theta_v)$$

$$t_3 = \frac{1}{2\omega}(\pi - 2\theta_i + 2\pi)$$

$$t_4 = \frac{1}{2\omega}(\pi - 2\theta_v + 2\pi)$$

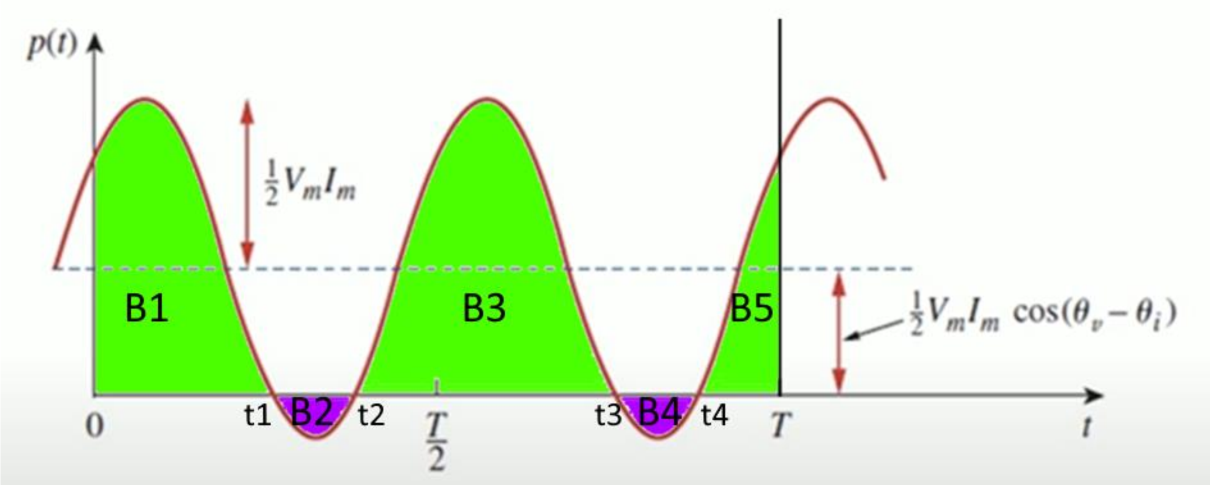
Tekrar güç eğrimizin ifadesini hatırlayalım:

$$p(t) = UI\cos(\theta_v - \theta_i) + UI\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)$$

Bu ifadenin integrali ile eğrinin altında kalan bölgenin alanını yani o aralıkta çekilen/verilen enerjiyi görebiliriz. Güç eğrisinin integralini hesap edip aşağıdaki ifadeyi bulmuştuk.

$$E = UI[(\cos(\theta_v - \theta_i)b - \cos(\theta_v - \theta_i)a] + \frac{UI}{2\omega}[\sin(2\omega b + \theta_v + \theta_i) - \sin(2\omega a + \theta_v + \theta_i)]$$

Bu ifadede a ve b yerine sırayla 0-t1-t2-t3-t4-T değerleri gelecektir.




Artık B1, B2, B3, B4, B5 bölgelerinin alanlarını veren ifadeleri yazalım.

B1 bölgesi (a=0 ve b=t1 arası)

$$E_1 = UI\cos(\theta_v - \theta_i)(t_1 - 0) + \frac{UI}{2\omega}(\sin(2\omega t_1 + \theta_v + \theta_i) - \sin(\theta_v + \theta_i))$$

B2 bölgesi (a=t1 ve b=t2 arası)

$$E_2 = UI\cos(\theta_v - \theta_i)(t_2 - t_1) + \frac{UI}{2\omega}(\sin(2\omega t_2 + \theta_v + \theta_i) - \sin(2\omega t_1 + \theta_v + \theta_i))$$

B3 bölgesi (a=t2 ve b=t3 arası)

$$E_3 = UI\cos(\theta_v - \theta_i)(t_3 - t_2) + \frac{UI}{2\omega}(\sin(2\omega t_3 + \theta_v + \theta_i) - \sin(2\omega t_2 + \theta_v + \theta_i))$$

B4 bölgesi (a=t3 ve b=t4 arası)

$$E_4 = UI\cos(\theta_v - \theta_i)(t_4 - t_3) + \frac{UI}{2\omega}(\sin(2\omega t_4 + \theta_v + \theta_i) - \sin(2\omega t_3 + \theta_v + \theta_i))$$

B5 bölgesi (a=t4 ve b=T arası)

$$E_5 = UI\cos(\theta_v - \theta_i)(T - t_4) + \frac{UI}{2\omega}(\sin(2\omega T + \theta_v + \theta_i) - \sin(2\omega t_4 + \theta_v + \theta_i))$$

Son olarak sağlama yapmak adına a=0 ve b=T arası için de değer bulalım

$$E_T = UI\cos(\theta_v - \theta_i)(T - 0) + \frac{UI}{2\omega}(\sin(2\omega T + \theta_v + \theta_i) - \sin(2\omega 0 + \theta_v + \theta_i))$$

$E_T$ ifadesini biraz daha sadeleştirebiliriz: (ω=2πf=2π/T olduğunu hatırlayalım)

$$E_T = UIT\cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{UI}{2\omega}(\sin\left(2\frac{2\pi}{T}T + \theta_v + \theta_i\right) - \sin(\cancel{2\omega 0} + \theta_v + \theta_i))$$

$$E_T = UIT\cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{UI}{2\omega}(\sin(4\pi + \theta_v + \theta_i) - \sin(\theta_v + \theta_i))$$

$$E_T = UIT\cos(\theta_v - \theta_i) + \cancel{\frac{UI}{2\omega}(\sin(\theta_v + \theta_i) - \sin(\theta_v + \theta_i))}$$

$$E_T = UIT\cos(\theta_v - \theta_i)$$

Peki bulduğumuz bu alanların birimi ne olacak? Birimleri analiz edelim:

İfadenin ilk bölümü gerilim, akım, kosinüslü bir değer ve zamanın çarpımıdır. Kosinüslü değerin bir birimi olmaz. O halde [Volt x Amper x saniye]'dir.

İfadenin ikinci bölümü gerilim, akım, sinüslerin farkı olan bir ifadenin çarpımının 2ω'ya oranıdır. ω'nın 2πf olduğunun bunun biriminin de 1/saniye olduğunu hatırlayalım. Sonuçta ifadenin ikinci kısmının birimin de [Volt x Amper x saniye] olarak bulunur. Sonuçta E ile ifade ettiğimiz alanın birimi [Volt x Amper x saniye]'dir.

Ama henüz bitmedi. Volt aslında Joule/Coulomb'dur. Amper ise Coulomb/saniye'dir.

[Volt x Amper x saniye] = Joule/Coulomb x Coulomb/saniye x saniye =Joule

Sonuç olarak eğrinin altında kalan alan bize Joule [ J ] cinsinden enerjiyi vermektedir.

Şimdi sayısal bir örnek yapalım:

50Hz şebeke gerilimi kullandığımızı $U=U_{rms}$ değeri olarak 231V, $I=I_{rms}$ değeri olarak da 10A çektiğimizi kabul edelim. cosΦ değerini de 0,8 ölçtüğümüzü varsayalım.

cosΦ = 0,8 ise Φ = acos(0,8) = 36,8699º olur. Bu değerin radyan olarak karşılığı 0,6435'dir

Bu değer gerilim ile akım faz açıları arasındaki farktır. Tek bu değerle hem akımın hem de gerilim faz açısını bulamayız. Ama bulmamız da şart değil. Bir tanesini 0º kabul edip diğerini bundan 36,8699º büyük seçebiliriz. Elbette 0º yerine başka bir değer de kabul edebiliriz. Mesela

$$\theta_i = 15º \text{ ise } \theta_v = 15º + 36{,}8699º = 51{,}8699º$$

olsun. Ama unutmayalım derece yerine radyan kullanmalıyız.

$$\theta_i = 0{,}2618 \text{ ise } \theta_v = 0{,}9053$$

t1-t2-t3-t4 değerlerini bulalım.

(Bu arada sayısal değerlerde kullanacağımız ω=2πf=2.π.50=100π)

$$\theta_v \geq \theta_i \text{ ise}$$

$$t_1 = \frac{1}{2\omega}(\pi - 2\theta_v) = \frac{1}{2\ 100\ \pi}(\pi - 2\ 0{,}9053) = 2.11\text{ms}$$

$$t_2 = \frac{1}{2\omega}(\pi - 2\theta_i) = \frac{1}{2\ 100\ \pi}(\pi - 2\ 0{,}2618) = 4{,}17\text{ms}$$

$$t_3 = \frac{1}{2\omega}(\pi - 2\theta_v + 2\pi)) = \frac{1}{2\ 100\ \pi}(\pi - 2\ 0{,}9053 + 2\pi) = 12{,}11\text{ms}$$

$$t_4 = \frac{1}{2\omega}(\pi - 2\theta_i + 2\pi) = \frac{1}{2\ 100\ \pi}(\pi - 2\ 0{,}2618 + 2\pi) = 14{,}17\text{ms}$$

$$T = \frac{1}{50} = 20\text{ms}$$

$E_1$-$E_2$-$E_3$-$E_4$-$E_5$ için tek tek yukarıdaki denklemler çözülürse

$E_1$=2,7396 J

$E_2$=-0,6265 J

$E_3$=19,1065 J

$E_4$=-0,6265 J

$E_5$=16,3668 J

Olarak bulunur. Sağlamasını yapmak adına $E_T$ ifadesinin sonucunu bulursak 36,96 J sonucuna ulaşırız. Zaten E1+E2+E3+E4+E5 toplamı da 36,96 J çıkar.

Ancak E1+E3+E5 =38,2129 J kadar enerji şebekeden çekilmekte E2+E4=-1,2529 J enerji şebekeye iade edilmektedir. Toplamda bir periyod boyunca yani 0,02 saniye boyunca 36,96 J enerji şebekeden çekilmektedir. Bu değerleri 1 saniye için görelim:

0,02saniyede 38,2129 J çeken bir devre 1 saniyede 1910,64 J enerji çeker

0,02saniyede -1,2529 J iade eden bir devre 1 saniyede -62,64 J enerji iade eder.

Toplamda 1 saniyede 1910,64-62,64=1848 J enerji çekmiş olur.

1 saat boyunca yani 3600 saniyede ise 1848 x 3600 = 6652500 J enerji çekmiş olur.

3600 J= 1 Wh olduğuna göre 6652500 J = 1848Wh olur.

Buradan şu genellemeye varabiliriz : Bir cihazın plakasında yazan güç değeri K [Watt] ise bu cihaz 1 saniyede K[Joule] yani K[WattSaniye] enerji çeker, 1 saatte ise K [WattSaat] enerji çeker.

Şebekeden çekilip tekrar şebeke iade edilen, yani şekilde mor renkli alanlara tekabül eden enerjinin istenmediği belirtmiştik. Bu matematiksel olarak B2 ve B4 bölgelerinin alanlarının sıfır olması anlamına gelmektedir.

B2 bölgesi=0 ise t1=t2 olur:

$$t_1 = \frac{1}{2\omega}(\pi - 2\theta_v)$$

$$t_2 = \frac{1}{2\omega}(\pi - 2\theta_i)$$

$$\frac{1}{2\omega}(\pi - 2\theta_v) = \frac{1}{2\omega}(\pi - 2\theta_i)$$

$$\theta_v = \theta_i$$

B4 bölgesi=0 ise t3=t4 olur:

$$t_3 = \frac{1}{2\omega}(\pi - 2\theta_v + 2\pi)$$

$$t_4 = \frac{1}{2\omega}(\pi - 2\theta_i + 2\pi)$$

$$\frac{1}{2\omega}(\pi - 2\theta_v + 2\pi) = \frac{1}{2\omega}(\pi - 2\theta_i + 2\pi)$$

$$\theta_v = \theta_i$$

Görüldüğü gibi B2 ve B4 alanlarının sıfır olması yani şebekeye güç iadesi olmaması durumu ancak gerilim ve akım faz açılarının aynı olmasıyla mümkündür. Yani gerilim ve akım arasında faz farkı olmaması lazımdır.

Sayısal örneğimizde

$$\theta_i = 15º \quad \theta_v = 15º + 36{,}8699º = 51{,}8699º$$

idi. Şimdi

$$\theta_i = 15º \text{ ve } \theta_v = 15º$$

Olarak alalım.

$E_1$-$E_2$-$E_3$-$E_4$-$E_5$ değerlerini tekrar hesaplarsak

$E_1$=7,7868 J

$E_2$=0 J

$E_3$=23,1 J

$E_4$=0 J

$E_5$=15,3132 J

Buluruz. Bu 5 değeri toplarsak da 46,2 J değerini elde ederiz. Yani devremiz 1 periyod boyunca azami 46,2 J enerji çekebilir. 1 saniyede ise 46,2/0,02 =2310 J enerji çekebilir.

Aynı akım ve gerilim değerini kullanarak şebekeden 2310J enerji çekebilme imkânı varken 1848J enerji çekiyoruz. Yani 2310-1848=462J lük kapasiteyi alıyoruz sonra tekrar şebekeye iade ediyoruz. Zaten şebekemizi daha doğrusu devremizi besleyen kabloları, sigortaları vb. malzemeleri aynı gerilim ve akım değerine göre boyutlandırmışken ne diye kapasitesinin altında kullanalım ki? Yani şebekeden aldığımız gücün tamamı faydalı olsun. Bunu sağlamak için yapmamız gereken tek şey akım ile gerilimin faz açıları arasındaki farkı sıfır yapmak. Ya da çok küçük bir değere getirmek ki bu işleme kompanzasyon diyoruz. (Kompanzasyon hesapları ayrı bir yazının konusu olduğundan burada değinilmeyecektir.)

Yukarıda T periyodu boyunca çekilen enerji $E_T$ için aşağıdaki ifadeyi bulmuştuk:

$$E_T = UIT\cos(\theta_v - \theta_i)$$

Bu değeri T periyod değerine bölerek ortalama güç değerini bulabiliyorduk:

$$P_{ort} = \frac{E_T}{T} = UI\cos(\theta_v - \theta_i)$$

Akım ve gerilimin faz açılarının eşit olması halinde ortalama güç $P_{ort}$ (Karışmaması için $P_{ort1}$ diyelim)

$$\theta_v = \theta_i = \theta$$

$$P_{ort1} = UI\cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$P_{ort1} = UI\cos(\theta - \theta)$$

$$P_{ort1} = UI$$

olur.

Bu iki değerin birbirine oranı ise güç faktörü (PF: Power Factor)dediğimiz büyüklüğü verir.

$$PF = \frac{P_{ort}}{P_{ort1}} = \frac{UI\cos(\theta_v - \theta_i)}{UI} = \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$\theta_v - \theta_i = \varphi$$

$$PF = \cos\varphi$$

Güç faktörü için çok yalın bir ifadeye ulaşmış olduk. Basitçe şu çıkarımı söyleyebiliriz:

Akım ve gerilimin çarpımı olan maksimum güçten PF oranında faydalanabiliyoruz. PF, 1'e yaklaştıkça verimimiz artıyor, 1'den uzaklaştıkça verimimiz düşüyor.

Zaman zaman "faktör" ya da "çarpan" ifadesini kullansak da "katsayı" dediğimiz şey, bir miktarı belli bir oranda azaltmak ya da arttırmak için işleme soktuğumuz birimsiz bir sayıdır. Örneğin "emniyet katsayısı" deriz, hesapla ya da ölçümle bulduğumuz bir sonucu belli bir miktar arttırırız ki emniyetli tarafta kalalım.

Güç katsayısı da benzer şekilde bulduğumuz toplam gücü azaltıcı yönde uygulanan bir katsayıdır. Kullanılan yaygın işaret sinüzoidal olduğundan ve sinüzoidal işaretli dağıtımda güç faktörü, gerilim ile akım işaretleri arasındaki faz farkının kosinüsü olduğundan "güç faktörü" için "cosØ" ifadesi kullanılır. Bu ifade elbette doğrudur ama güç faktörü ifadesini kosinüs ile sınırlamak doğru değildir. Eğer kare formlu işaret veren alternatif gerilim kaynağı ile beslenen bir devremiz varsa bu devrede "cosØ" diye bir büyüklük olmayacaktır. Ama yine de 0 ile 1 arasında bir güç katsayısı olacaktır. Diğer bir deyişle, "Güç katsayısı" bir küme ise "cosØ" bu kümenin sadece bir elemanıdır.

Öyleyse güç katsayısını nasıl tanımlamak lazım?

Güç faktörü, verilen herhangi bir yükün çektiği gücün, saf dirençten oluşan eşdeğer bir yükün çekeceği güce oranıdır. Diğer bir deyişle, bir devreden çekilebilecek azami güce oranla mevcut yükün ne kadar güç çektiğidir.

Sayısal örneğimize bakarsak: Aynı akım ve gerilim değerini kullanarak şebekeden 2310J enerji çekebilme imkânı varken 1848J enerji çekiyoruz. Yani 2310-1848=462J lük kapasiteyi alıyoruz sonra tekrar şebekeye iade ediyoruz. Bu devrenin güç faktörü:

$$\mathrm{PF} = \frac{1848\ \mathrm{J}}{2310\ \mathrm{J}} = 0{,}8$$

olur. Zaten devremizi başta tanımlarken cosΦ = 0,8 demiştik ki PF=cosΦ olduğu için 0,8 değerine ulaşmamız normaldir. (Yukarıdaki sayısal örnekte ortalama güç yerine enerjiyi kullanmamız güç faktörü değerini değiştirmez. Güç, zaten enerjinin T'ye oranı idi. Pay ve paydayı T değerine bölmek sonucu değiştirmeyecektir.)

Gerek devreden çekilebilecek azami gücü gerekse devreden çektiğimiz faydalı gücü basit formüllerle bulabildik. Fakat yukarıdaki resimde gösterilen mor bölgeye tekabül eden, şebekeden çekilip şebekeye iade edilen gücü öyle basit ifadelerle bulmamız mümkün olmuyor. Yukarıdaki yaptığımız gibi t1…t4 değerlerini bulmak ve sonrasın da E1…E5 büyüklüklerini hesaplamak gerekiyor. Ancak bu durum hiç pratik değil ve işleri karmaşıklaştırıyor. Onun yerine şu ilkeden faydalanılmış: PF, 1'e yaklaştıkça verimimiz artıyor, 1'den uzaklaştıkça verimimiz düşüyor. PF=cosΦ olduğuna göre cosΦ'nin 1'den uzaklaşması sinΦ değerinin artması, cosΦ'nin 1'e yaklaşması sinΦ değerinin azalması anlamına gelir.

Tam da bizim işimize yarayacak bir oran. Çünkü devreden çekebileceğimiz azami güç değeri var ve çektiğimiz faydalı güç bu azami değere yaklaştıkça şebekeye iade edilen güç azalıyor. Çektiğimiz faydalı güç bu azami değerden uzaklaştıkça şebekeye iade edilen güç artıyor. O halde o karmaşık ifadeleri kullanmak yerine şebekeden alınıp şebekeye iade edilen güç için basitçe sinΦ ifadenin temsil için kullanabiliriz. Bu noktada "temsil" ifadesinin vurgulamak lazım. Çünkü sinΦ ifadesiyle şebekeden alınıp şebekeye verilen gücün yada enerjinin gerçek değerini hesaplayamayız. Sadece "temsilen" büyüyüp küçüldüğünü görebiliriz.

Şebekeden alınıp şebekeye verilen gücü temsil eden matematiksel ifade şu olur: (Şimdilik K ile gösterelim)

$$\mathrm{K} = \mathrm{UI}\sin(\theta_v - \theta_i)$$

$$\theta_v - \theta_i = \varphi$$

$$\mathrm{K} = \mathrm{UI}\sin\varphi$$

Sayısal örneğimize bakalım: (Yine güç yerine enerji üzerinden gidelim)

Çekebileceğimiz azami enerji : 2310 J

Çektiğimiz faydalı enerji :1848 J

Faydalanamadığımız enerji : 2310-1848=462 J

Yeşil bölge: 1910,64 J enerji çeker (Yukarıda hesaplanmıştı)

Mor bölge: -62,64 J enerji iade eder (Yukarıda hesaplanmıştı)

Yeşil bölge tek başına faydalı gücü ifade etmez çünkü yeşil bölgenin içinde mor bölge tarafından iade edilecek enerji de vardır. Faydalı gücü bulmak için iki bölgenin de toplanması gerekir. Yeşil bölge ve mor bölgelerin toplamı 1848 J yapar ki bu zaten faydalı enerjimizdir.

Mor bölgenin alanını "UIsinΦ" ifadesiyle bulacağımızı sanarsak çok yanılırız.

$$K = UI\sin\varphi$$

$$\cos\varphi = 0{,}8 \ \text{ ise } \ \sin\varphi = 0{,}6$$

$$K = 2310 \text{ x } 0{,}6 = 1386$$

Gibi bir sonuç verir ki 62,64 değeriyle ilgisi yoktur. Bu sebeple bu değer tamamen kurgusal bir değerdir. İşlem kolaylığı açısından matematiksel olarak geliştirilmiş bir büyüklüktür. Gerçekte karşılığı yoktur. Sadece dediğimiz gibi şebeken çekilip şebekeye iade edilen gücü temsil eder.

Bu kadar yazıp hesaplamalar yaptıktan sonra öne çıkan üç adet güç/enerji büyüklüklerine isim vermemiz gerekir.

İlk olarak faydalı güç dediğimiz büyüklük için **"aktif güç"** ya da **"etkin güç"** ifadesini kullanıyoruz. P harfi ile sembolize ediyoruz. Birim Watt[W] kullanılır.

Devreden çekebileceğimiz azami gücü veren büyüklük için ise **"görünür güç"** ifadesini kullanıyoruz. Ancak burada "görünür" ifadesi maksadından farklı algılanıyor. Halbuki "görünür" ifadesi için eskiler "zahiri" derlerdi ve "asıl ve hakiki olmayan" anlamında kullanılırdı. Günümüzde "sözde güç" demek belki daha maksada uygun olacaktır. S harfi ile sembolize ediyoruz. Birim olarak VoltAmper [VA] kullanılır.

Şebekeden alınıp şebekeye iade edilen gücü temsil eden büyüklük içinse "**reaktif güç"** ya da "**tepkin güç"** ifadesini kullanıyoruz. Q harfi ile sembolize ediyoruz. Birim olarak VoltAmperReaktif [VAr] kullanılır.

Güç faktörü için şu ifadeyi kullanmıştık.

$$PF = \frac{P_{ort}}{P_{ort1}} = \frac{UI\cos(\theta_v - \theta_i)}{UI} = \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Artık kendi sembol ve birimleriyle ifade edebiliriz.

$$PF = \frac{P}{S} = \cos\varphi$$

Görünür, aktif ve reaktif güçler arasında şu bağıntı da otomatikman oluşmaktadır:

$$P = S\cos\varphi$$

$$Q = S\sin\varphi$$

Her iki tarafın karesini alıp toplayalım

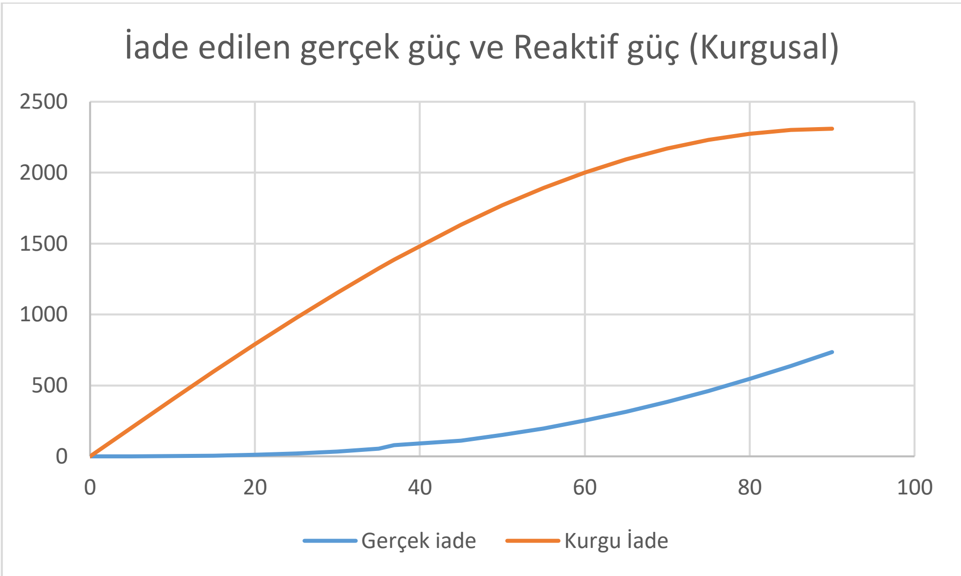
$$P^2 + Q^2 = S^2(\sin^2\varphi + \cos^2\varphi)$$

$$P^2 + Q^2 = S^2$$

Gördüğünüz gibi Q büyüklüğünü kullanmak bağıntılarımızı kolaylaştırıyor ve güzelleştiriyor. Onun için hayatımızda önemli paya sahiptir. Öylesine önemli paya sahip bir şeyin sanal olduğunu söylemek zor geliyor insana, onun için reaktif gücün ne olduğunu kimse kolay kolay anlatamamakta, karşısındakine izah edememektedir. Gerçek hayattan örnekler vermeye çalışmak ise nafiledir. Gerçek hayatta olmayan bir şeyin gerçek hayattan örneği nasıl verilebilir ki? Bazen internette yarısı köpük dolu bir bardak bira, kola, kahve ile örnek verirler. Bardağın tümünü görünür güç, köpük kısmını reaktif güç, diğer içecek kısmını ise aktif güç gibi örneklerler. Bazı açılardan tamam desek de maalesef bu örnek bile reaktif gücü tamamıyla doğru olarak örneklendiremiyor.

Şu noktayı vurgulamak faydalı olacaktır. Sayısal örneğimize baktığımızda gerçekte şebekeden alıp şebeke iade ettiğimiz enerji 62J mertebesindedir. Örneğimizde PF=0.8 idi. Kompanzasyon yaparak PF=1 yapıldığında şebekeden 462J lük enerji çekebilme imkanımız oluyor. Yani motor gibi tüketeçlerin ihtiyaç duyduğu manyetik alanı oluşturmaları için gereken 62Jlük emanet enerjiyi şebekeden çekmek yerine lokal olarak kompanzasyon ile sağlarsak yani 62J'den vazgeçerek 462J kazanıyoruz. Bizim örneğimizde 7,45kat ! Kompanzasyonun ne derece fizibl bir işlem olduğu böylece ortaya çıkmaktadır.

Son olarak şebekeden alıp şebekeye iade ettiğimiz gücü yukarıdaki sayısal örneğimizdeki akım ve gerilim değerlerini kullanarak 0 ila 90º arasındaki her faz farkı kademesi için tek tek hesap ettim. Bu değerleri UIsinΦ ile mukayese olması için bir grafiğe işledim.




Görüldüğü gibi, şebekeden alınıp şebekeye iade edilen gerçek güç ile (UIsinΦ) reaktif güç arasında birbiriyle artan oranda bir ilişki var ama birebir aynı değil. İşte bu orandan faydalanılarak reaktif güç ifadesi olan UIsinΦ bağıntısını kullanabiliyor ve şebekeden alınıp iade edilen gücü temsil edebiliyoruz.

*****************************************************************************************

Karışık matematiksel ifadeleri basitleştiremeye çalışalım. Bunun için gerilim yada akım faz açılarından birini sıfır (0) kabul edelim. Aradaki faz farkına da Φ diyelim.

$$\varphi = \theta_v - \theta_i$$

Gerilimin faz açısını $\Theta_v = 0$ kabul edersek

$$\varphi = -\theta_i$$

Şimdi anlık güç ifadesine bakalım:

$$p(t) = UI\cos(\theta_v - \theta_i) + UI\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)$$

$$p(t) = UI\cos\varphi + UI\cos(2\omega t - \varphi)$$

Ortalama Güç ifadesi:

$$P_{ort} = UI\cos\varphi$$

t1-t2-t3-t4 zamanlarının tespiti

$$p(t) = 0$$

$$p(t) = UI\cos\varphi + UI\cos(2\omega t - \varphi)$$

$$0 = \cos\varphi + \cos(2\omega t - \varphi)$$

$$\cos(2\omega t - \varphi) = -\cos\varphi = \cos(\pi + \varphi)$$

$$2\omega t - \varphi = \pi + \varphi + 2\pi k$$

$$2\omega t = \pi + 2\varphi + 2\pi k$$

$$t = \frac{1}{2\omega}(\pi + 2\varphi + 2\pi k)$$

k=0 için

$$t = \frac{1}{2\omega}(\pi + 2\varphi) = \frac{\pi}{2\omega} + \frac{2\varphi}{2\omega} = \frac{\pi}{2.2.\pi.f} + \frac{2\varphi}{2\omega} = \frac{1}{4f} + \frac{\varphi}{\omega}$$

k=1 için

$$t = \frac{1}{2\omega}(\pi + 2\varphi + 2\pi) = \frac{\pi + 2\varphi + 2\pi}{2\omega} = \frac{3\pi}{2\omega} + \frac{2\varphi}{2\omega} = \frac{3\pi}{2.2.\pi.f} + \frac{2\varphi}{2\omega} = \frac{3}{4f} + \frac{\varphi}{\omega}$$

Denklemin bir çözüm kümesi daha vardır:

$$0 = \cos\varphi + \cos(2\omega t - \varphi)$$

$$\cos(2\omega t - \varphi) = -\cos\varphi = \cos(\pi - \varphi)$$

$$2\omega t - \varphi = \pi - \varphi + 2\pi k$$

$$2\omega t = \pi + 2\pi k$$

$$t = \frac{1}{2\omega}(\pi + 2\pi k)$$

k=0 için

$$t = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{2.2.\pi.f} = \frac{1}{4f}$$

k=1 için

$$t = \frac{3\pi}{2\omega} = \frac{3\pi}{2.2.\pi.f} = \frac{3}{4f}$$

Özetle;

$$\varphi \geq 0 \text{ ise}$$

$$t_1 = \frac{1}{4f}$$

$$t_2 = \frac{1}{4f} + \frac{\varphi}{\omega}$$

$$t_3 = t_1 + \frac{1}{2f}$$

$$t_4 = t_2 + \frac{1}{2f}$$

$$\varphi \leq 0 \text{ ise}$$

$$t_1 = \frac{1}{4f} + \frac{\varphi}{\omega}$$

$$t_2 = \frac{1}{4f}$$

$$t_3 = t_1 + \frac{1}{2f}$$

$$t_4 = t_2 + \frac{1}{2f}$$

Enerji İfadesi

$$E = UI[(\cos(\theta_v - \theta_i)b - \cos(\theta_v - \theta_i)a] + \frac{UI}{2\omega}[\sin(2\omega b + \theta_v + \theta_i) - \sin(2\omega a + \theta_v + \theta_i)]$$

$$E = UI[(\cos(\varphi)b - \cos(\varphi)a] + \frac{UI}{2\omega}[\sin(2\omega b - \varphi) - \sin(2\omega a - \varphi)]$$

$$E = UI\cos\varphi\,(b - a) + \frac{UI}{2\omega}[\sin(2\omega b - \varphi) - \sin(2\omega a - \varphi)]$$

Eğrinin simetrik yapısı itibariyle t1-t2 arasının yani E2'nin değerini bulup 2 il çarparsak, daha sonra t2-t3 arasının yani E3'ün değerini bulup 2 ile çarparsak tüm eğrinin altında kalan alanı bulmuş oluruz.

a=t1 ve b=t2 için bakalım

$\varphi \geq 0$ varsayımıyla

$$E_2 = UI\cos\varphi\,(t_2 - t_1) + \frac{UI}{2\omega}[\sin(2\omega t_2 - \varphi) - \sin(2\omega t_1 - \varphi)]$$

$$E_2 = UI\frac{\varphi}{\omega}\cos\varphi + \frac{UI}{2\omega}[\sin\left(\frac{2\omega}{4f} + \frac{2\omega\varphi}{\omega} - \varphi\right) - \sin\left(2\omega\frac{1}{4f} - \varphi\right)]$$

$$E_2 = UI\frac{\varphi}{\omega}\cos\varphi + \frac{UI}{2\omega}[\sin(\pi + \varphi) - \sin(\pi - \varphi)]$$

$$\sin(\pi + \varphi) = -\sin(\pi - \varphi) = -\sin\varphi$$

$$E_2 = UI\frac{\varphi}{\omega}\cos\varphi + \frac{UI}{2\omega}[-\sin(\pi - \varphi) - \sin(\pi - \varphi)]$$

$$E_2 = UI\frac{\varphi}{\omega}\cos\varphi - \frac{UI}{2\omega}2\sin(\pi - \varphi)$$

$$E_2 = UI\frac{\varphi}{\omega}\cos\varphi - \frac{UI}{\omega}\sin(\pi - \varphi)$$

$$E_2 = \frac{UI}{\omega}(\varphi\cos\varphi - \sin\varphi)$$

$$E_3 = UI\cos\varphi\,(t_3 - t_2) + \frac{UI}{2\omega}[\sin(2\omega t_3 - \varphi) - \sin(2\omega t_2 - \varphi)]$$

$$E_3 = UI\cos\varphi\,(t_1 + \frac{1}{2f} - t_2) + \frac{UI}{2\omega}[\sin\left(2\omega(t_1 + \frac{1}{2f}) - \varphi\right) - \sin(2\omega t_2 - \varphi)]$$

$$E_3 = UI\cos\varphi\,(\frac{1}{4f} + \frac{1}{2f} - \frac{1}{4f} - \frac{\varphi}{\omega}) + \frac{UI}{2\omega}[\sin\left(2\omega(\frac{1}{4f} + \frac{1}{2f}) - \varphi\right) - \sin\left(2\omega(\frac{1}{4f} + \frac{\varphi}{\omega}) - \varphi\right)]$$

$$E_3 = UI\cos\varphi\,(\frac{1}{2f} - \frac{\varphi}{\omega}) + \frac{UI}{2\omega}[\sin\left(2\omega\frac{3}{4f} - \varphi\right) - \sin\left(2\omega(\frac{\pi}{2\omega} + \frac{2\varphi}{2\omega}) - \varphi\right)]$$

$$E_3 = UI\cos\varphi\,(\frac{\pi}{2\pi f} - \frac{\varphi}{\omega}) + \frac{UI}{2\omega}[\sin(3\pi - \varphi) - \sin(\pi + \varphi)]$$

$$E_3 = UI\cos\varphi\,(\frac{\pi - \varphi}{\omega}) + \frac{UI}{2\omega}[\sin\varphi + \sin\varphi]$$

$$E_3 = \frac{UI}{\omega}((\pi - \varphi)\cos\varphi + \sin\varphi)$$

$$\varphi \leq 0 \text{ varsayımıyla}$$

$$E_2 = UI\cos\varphi\,(t_2 - t_1) + \frac{UI}{2\omega}[\sin(2\omega t_2 - \varphi) - \sin(2\omega t_1 - \varphi)]$$

$$E_2 = -UI\frac{\varphi}{\omega}\cos\varphi + \frac{UI}{2\omega}[\sin\left(2\omega\frac{1}{4f} - \varphi\right) - \sin\left(\frac{2\omega}{4f} + \frac{2\omega\varphi}{\omega} - \varphi\right)]$$

$$E_2 = -UI\frac{\varphi}{\omega}\cos\varphi + \frac{UI}{2\omega}[\sin\left(2\omega\frac{1}{4f} - \varphi\right) - \sin\left(\frac{2\omega}{4f} + \frac{2\omega\varphi}{\omega} - \varphi\right)]$$

$$E_2 = -UI\frac{\varphi}{\omega}\cos\varphi + \frac{UI}{2\omega}[\sin(\pi - \varphi) - \sin(\pi + \varphi)]$$

$$\sin(\pi + \varphi) = -\sin(\pi - \varphi) = -\sin\varphi$$

$$E_2 = -UI\frac{\varphi}{\omega}\cos\varphi + \frac{UI}{2\omega}[\sin(\pi - \varphi) + \sin(\pi - \varphi)]$$

$$E_2 = -UI\frac{\varphi}{\omega}\cos\varphi + \frac{UI}{2\omega}2\sin(\pi - \varphi)$$

$$E_2 = -UI\frac{\varphi}{\omega}\cos\varphi + \frac{UI}{\omega}\sin(\pi - \varphi)$$

$$E_2 = \frac{UI}{\omega}(\sin\varphi - \varphi\cos\varphi)$$

$$E_3 = UI\cos\varphi\,(t_3 - t_2) + \frac{UI}{2\omega}[\sin(2\omega t_3 - \varphi) - \sin(2\omega t_2 - \varphi)]$$

$$E_3 = UI\cos\varphi\,(t_1 + \frac{1}{2f} - t_2) + \frac{UI}{2\omega}[\sin\left(2\omega(t_1 + \frac{1}{2f}) - \varphi\right) - \sin(2\omega t_2 - \varphi)]$$

$$E_3 = UI\cos\varphi\,(\frac{1}{4f} + \frac{\varphi}{\omega} + \frac{1}{2f} - \frac{1}{4f}) + \frac{UI}{2\omega}[\sin\left(2\omega(\frac{1}{4f} + \frac{\varphi}{\omega} + \frac{1}{2f}) - \varphi\right) - \sin\left(2\omega(\frac{1}{4f}) - \varphi\right)]$$

$$E_3 = UI\cos\varphi\,(\frac{1}{2f} + \frac{\varphi}{\omega}) + \frac{UI}{2\omega}[\sin\left(2\omega(\frac{1}{4f} + \frac{\varphi}{\omega} + \frac{1}{2f}) - \varphi\right) - \sin\left(2\omega(\frac{\pi}{4\pi f}) - \varphi\right)]$$

$$E_3 = UI\cos\varphi\,(\frac{1}{2f} + \frac{\varphi}{\omega}) + \frac{UI}{2\omega}[\sin\left(2\omega(\frac{\pi}{4\pi f} + \frac{2\varphi}{2\omega} + \frac{2\pi}{4\pi f}) - \varphi\right) - \sin(\pi - \varphi)]$$

$$E_3 = UI\cos\varphi\,(\frac{\pi}{2\pi f} + \frac{\varphi}{\omega}) + \frac{UI}{2\omega}[-\sin\varphi - \sin\varphi]$$

$$E_3 = \frac{UI}{\omega}((\pi + \varphi)\cos\varphi - \sin\varphi)$$

$\varphi \leq 0$ varsayımıyla bulunan E2′yi bir inceleyelim.

Faz farkı açısı sıfırdan küçükse bu açının sinüsü eksi olur ama kosinüsü aynı kalır. Açıdan gelen eksi ile birlikte faz farkı açısının sıfırdan büyük olması haliyle aynı durum oluşur. O halde hiç karmaşıklaştırmadan, faz farkı açısının mutlak değerini alıp aşağıdaki gibi kullanabiliriz.

$$E_2 = \frac{UI}{\omega}(|\varphi|\cos|\varphi| - \sin|\varphi|)$$

$\varphi \leq 0$ varsayımıyla bulunan $E3'$ü bir inceleyelim.

$$E_3 = \frac{UI}{\omega}((\pi + \varphi)\cos\varphi - \sin\varphi)$$

$$E_3 = \frac{UI}{\omega}(\pi\cos\varphi + \varphi\cos\varphi - \sin\varphi)$$

$\varphi \geq 0$ varsayımıyla bulunan $E3'$ü bir inceleyelim.

$$E_3 = \frac{UI}{\omega}((\pi - \varphi)\cos\varphi + \sin\varphi)$$

$$E_3 = \frac{UI}{\omega}(\pi\cos\varphi - \varphi\cos\varphi + \sin\varphi)$$

Faz farkı açısı sıfırdan küçükse bu açının sinüsü eksi olur ama kosinüsü aynı kalır. Açıdan gelen eksi ile birlikte faz farkı açısının sıfırdan büyük olması haliyle aynı durum oluşur. O halde hiç karmaşıklaştırmadan, faz farkı açısının mutlak değerini alıp aşağıdaki gibi kullanabiliriz.

$$E_3 = \frac{UI}{\omega}((\pi - |\varphi|)\cos|\varphi| + \sin|\varphi|)$$

Bakalım toplam enerjiyi hesap edince ne çıkacak?

$$E_T = 2E_2 + 2E_3$$

$$E_T = 2\frac{UI}{\omega}(|\varphi|\cos|\varphi| - \sin|\varphi|) + 2\frac{UI}{\omega}((\pi - |\varphi|)\cos|\varphi| + \sin|\varphi|)$$

(Mutlak değer işaretlerini kullanmayalım şimdilik)

$$E_T = 2\frac{UI}{\omega}(\varphi\cos\varphi - \sin\varphi + \pi\cos\varphi - \varphi\cos\varphi + \sin\varphi)$$

$$E_T = 2\frac{UI}{\omega}(\pi\cos\varphi)$$

$$E_T = 2\frac{UI}{2\pi f}(\pi\cos\varphi)$$

$$E_T = \frac{UI}{f}\cos\varphi = UIT\cos\varphi$$

F=1/T bağıntısını da kullanarak bilindik formuna ulaştık formülün. Tekrar ortalama gücü bulalım:

$$P_{ort} = \frac{E_T}{T} = \frac{UIT\cos\varphi}{T} = UI\cos\varphi$$

Özetle

1. Gerilim faz açısını sıfır kabul edelim
2. Akımın faz açısının tersi faz farkı açısı oluyor.
3. Faz farkı açısının işaretini önemsemeden mutlak değerini alalım.

Anlık Güç eğrisi

$$p(t) = UI\cos\varphi + UI\cos(2\omega t - \varphi)$$

Ortalama Güç ifadesi:

$$P_{ort} = UI\cos\varphi$$

Şebekeden alınıp şebekeye verilen güç =2x E2 (Eksi tarafta kalan alanların toplamı)

$$2E_2 = \frac{UI}{\omega}(\varphi\cos\varphi - \sin\varphi)$$

Şebekeden çekilen toplam güç =2x E3 (Artı tarafta kalan alanların toplamı)

$$2E_3 = \frac{UI}{\omega}((\pi - \varphi)\cos\varphi + \sin\varphi)$$

Şebekeden çekilen güç =2xE2+2xE3 (Artı ve eksi tarafta kalan alanların toplamı)

$$E_T = UIT\cos\varphi$$